Evaluation TS SpeMath- En salle informatique avec Scilab -1h

Exercice 1 :

Voici un programme écrit avec le logiciel Scilab, qui donne un tableau des congruences modulo 8 de $3x$ en fonction de la valeur de x modulo 8 :

```
for i=0:7
  afficher ([i,modulo(3*i,8)])
end
```

On obtient :

```
0.    0.
1.    3.
2.    6.
3.    1.
4.    4.
5.    7.
6.    2.
7.    5.
```

1) Détailler les opérations qui donnent le chiffre 7 de la deuxième colonne.

----

2) Déduire du tableau la résolution de l'équation $3x \equiv 5(8)$.

----

3) Ecrire un algorithme qui affiche la solution de l'équation $7x \equiv 3(11)$. Programmer cet algorithme avec Scilab. Donner les solutions obtenues.

Appeler le professeur pour qu'il valide votre travail

Exercice 2 :

On considère la suite (U_n) définie par : U_0 est un entier naturel non nul et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \frac{U_n}{2}$ si U_n est pair et à $3U_n+1$ sinon. Cette suite est appelée suite de Syracuse.

1) Ecrire un programme avec Scilab qui donne les 20 premiers termes de la suite en demandant d'abord la valeur du premier terme. (*On écrira pour cela U = input («1^er^ terme : »)*)

Appeler le professeur pour qu'il valide votre travail.

Utiliser votre programme pour compléter le tableau suivant :

U_0	Les 20 premiers termes de la suite (U_n)
1	1 ; 4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4
2	2 ; 1 ; 4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1
3	
4	4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;1
5	5 ;16 ;8 ;4 ;2 ;1 ; 4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2
6	6 ; 3 ;10 ;5 ;16 ;8 ;4 ;2 ;1 ; 4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2
7	
8	
9	9 ;28 ;14 ;7 ; 22 ;11 ;34 ;17 ;52 ;26 ;13 ;40 ;20 ;10 ;5 ; 16 ;8 ;4 ;2 ;1
10	10 ; 5 ;16 ;8 ;4 ;2 ;1 ; 4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4
16	16 ;8 ;4 ;2 ;1 ; 4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1 ;4 ;2 ;1
21	

2) Notons p le plus petit entier tel que $U_p = 1$. Il semblerait que p existe toujours, c'est ce qu'on appelle la conjecture de Syracuse. p est alors appelé la longueur du vol. Le plus grand des p premiers termes de la suite est appelé altitude du vol.

a) Expliquer ce que fait le programme suivant :

```
u=input("1er terme:");
  while u<>1
    afficher (u);
    if modulo(u,2)==0 then u=u/2;
    else u=3*u+1;
        end
  end
```

b) Améliorer ce programme pour qu'il affiche aussi la longueur du vol.

Appeler le professeur pour qu'il valide votre travail.

----

c) Améliorer encore votre programme pour qu'il affiche aussi l'altitude du vol.

Appeler le professeur pour qu'il valide votre travail.

----

d) Compléter le tableau ci-dessous :

U_0	p	altitude
1		
2		
3		
4		
5		
6	9	16
7		
8		
9		
10		

3) Conjecturer les valeurs de U_0 telles que la suite des valeurs ($U_0, U_1 \ldots\ldots U_p$) est strictement décroissante. Démontrer cette conjecture.

----

4) a) Déterminer des valeurs de U_0 telles que la suite des valeurs ($U_1 \ldots\ldots U_p$) est strictement décroissante mais pas la suite ($U_0, U_1 \ldots\ldots U_p$). Que peut-on dire de ces valeurs ?

----

b) Déterminer les valeurs de m telles que $2^m - 1$ soit divisible par 3.

c) Justifier que l'on doit avoir $3U_0 + 1 = 2^m$ avec m entier naturel strictement supérieur à 2, pour que la suite vérifie les conditions du a).
En déduire cinq valeurs de U_0 qui conviennent.